ЛОКАЛЬНО НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ БАНАХОВА ПРОСТРАНСТВА ОБОБЩЕННЫМИ РАЦИОНАЛЬНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Назаренко М.А.

ФГБОУ ВПО «Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики», филиал МГТУ МИРЭА в г. Дубне

В теории аппроксимаций в банаховых пространствах [1] при рассмотрении приближений обобщенными полиномами [2], являющимися линейными подпространствами соответствующей размерности, известным фактом является то, что элемент наилучшего приближения существует и является единственными. Таким образом, целевая функция приближения, построенная на основании метрики исследуемого пространства, являющаяся бинарной и имеющая в качестве аргументов приближаемый элемент и элемент приближающего подпространства полиномов, имеет ровно один минимум, локальных минимумов, отличных от глобального минимума, не имеет.

При приближении обобщенными рациональными функциями [3] вопрос о существовании элемента наилучшего приближения решается аналогично при рассмотрении приближения линейным подпространством рациональных функций с фиксированным знаменателем [4], которое можно также считать подпространством обобщенных полиномов, имеющем соответствующий базис. Вопрос о существовании элемента банахова пространства с определенными заранее величинами значений упомянутой выше целевой функции при полиномиальном приближении был решен в начале прошлого века (теорема С.Н. Бернштейна), а аналогичный вопрос при исследовании рациональных аппроксимаций требует отдельного исследования и зависит от выбора банахова пространства [5] и конкретных характеристик последовательности чисел, которая интерпретируется как последовательность значений указанной целевой функции.

Приближение обобщенными рациональными функциями в некоторых случаях [5] может дать следующую ситуацию: существует элемент банахова пространства и существует обобщенная рациональная функция, определяемая своим числителем и знаменателем, которая при ограничении рассмотрения задачи приближения на множество рациональных функций с этим фиксированным знаменателем является элементом наилучшего приближения, а также в некоторой окрестности в пространстве всех возможных знаменателей с центром в указанном знаменателем этот элемент также является наилучшим для приближения рассматриваемого элемента. При рассмотрении гильбертова пространства Харди аналитических в единичном диске и непрерывных на его границе функций со скалярным произведением на основе контурного интеграла по единичной окружности [6] удается построить опорные примеры функций, которые имеют заранее заданное количество разных рациональных функций, которые локально являются элементами наилучшего приближения.

Литература:

- 1. □ Nazarenko M.A. Relations between rational and polynomial approximations in Banach spaces // Analysis Mathematica 1996. № 22(1) P. 51–63.
- 2. □ Назаренко М.А. Наилучшее приближение в линейных банаховых пространствах обобщенными полиномами и рациональными функциями // Успехи современного естествознания 2013. № 7.
- 3. □ Назаренко М.А. Некоторые свойства рациональных аппроксимаций: Автореф. дис.... канд. физ.-мат. наук. М., 1997.
- 4. □ Назаренко М.А. Некоторые свойства рациональных аппроксимаций степени (k, 1) в пространстве Харди H2(D) // Математические заметки 1998. № 64. С. 1423–1426.
- 5. □ Назаренко М.А. Существование функции с заданными рациональными приближениями в пространстве СА // Вестник МГУ, серия матем.—мех. 1997. № 4. С. 20–22.
- 6. □ Назаренко М.А. О наилучшем локальном неглобальном рациональном приближении в пространстве Н2 // Фундаментальная и прикладная математика 1998. № 4. С. 1423–1426.