ОБ ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ИРРАЦИОНАЛЬНОСТИ ЧИСЕЛ

Емелин А.В.

Арзамасский государственный педагогический институт им. А.П. Гайдара

Для полноценного усвоения учащимися иррациональных чисел в школьном курсе алгебры необходимо, чтобы они умели пользоваться определением иррационального числа при решении различных видов задач, одним из которых являются задачи на доказательство, имеющие важное значение на начальных этапах усвоения содержания данного учебного материала.

Школьники нередко испытывают трудности при доказательстве иррациональности чисел в тех случаях, когда оно может быть проведено с помощью определения, поскольку они практически не сталкиваются при решении задач с бесконечными непериодическими дробями, работая в основном с радикалами, за символами которых они не видят самих десятичных дробей; а если и сталкиваются, то не всегда могут обнаружить и верно трактовать причину непериодичности.

Для того чтобы задействовать определение иррационального числа в задачах на доказательство, нужно использовать такие бесконечные непериодические дроби, распределение цифр в которых можно описать конечным числом символов, задавая тем самым некоторую числовую последовательность, позволяющую адекватно моделировать иррациональное число свернутыми формами записи его десятичного представления. Наиболее наглядно это можно осуществить с помощью свойства самоподобия.

Самоподобие является одним из основных понятий фрактальной геометрии [1], но это свойство, рассматриваемое как метод организации визуальной информации, может быть использовано для создания не только геометрических, но и символьных моделей.

Самоподобными отрезками цифр будем называть такие отрезки, записи которых состоят из одной и той же цифры или группы цифр.

Приведем примеры: 1) 5, 55, 555, 5555; 2) 12, 121212, 1212121212.

Последовательностью самоподобных отрезков назовем бесконечное множество самоподобных отрезков, длины которых увеличиваются с возрастанием номера отрезка.

С помощью последовательностей самоподобных отрезков можно записывать иррациональные числа, ограничиваясь несколькими первыми цифрами их десятичного представления. К примеру, 0,3737737773…; 4,929992999992… Бесконечность данных десятичных дробей обусловлена принципом построения их записи: каждая цифра, находящаяся после запятой, повторяется бесконечное число раз. Причем, в обеих дробях можно найти отрезки произвольной конечной длины, состоящие из одной цифры (7 и 9) и не содержащие другую (3 и 2 соответственно), в чем и заключается причина непериодичности этих бесконечных дробей, наглядно проиллюстрированная выше самоподобными отрезками.

Рассмотрим примеры задач на доказательство иррациональности чисел с символьными моделями бесконечных непериодических десятичных дробей, содержащими последовательности самоподобных отрезков.

1. Докажите, что следующие числа являются иррациональными:

а) 0,1212212221…; б) 2,32233222333…; в) –1,67623762233762223337…

2. Докажите иррациональность чисел:

а) 1,35791113…; б) 2,4681012…; в) 6,12182430…

3. Докажите, что если в десятичной записи дроби 0,1111… каждую единицу заменить номером ее разряда, то полученное число будет иррациональным.

Таким образом, благодаря последовательностям самоподобных отрезков, позволяющим наглядно имитировать бесконечность и непериодичность десятичных дробей, становится возможным непосредственное использование определения иррационального числа в задачах на доказательство.

Литература

1.Мандельброт, Б.Б. Фракталы и возрождение теории итераций [Текст] / Б.Б. Мандельброт // Красота фракталов. – М.: Мир, 1993. – С. 131–140.