ЛОКАЛЬНО НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ БАНАХОВА ПРОСТРАНСТВА ОБОБЩЕННЫМИ РАЦИОНАЛЬНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Назаренко М.А.

ФГБОУ ВПО «Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики», филиал МГТУ МИРЭА в г. Дубне

В теории аппроксимаций в банаховых пространствах [1] при рассмотрении приближений обобщенными полиномами [2], являющимися линейными подпространствами соответствующей размерности, известным фактом является то, что элемент наилучшего приближения существует и является единственными. Таким образом, целевая функция приближения, построенная на основании метрики исследуемого пространства, являющаяся бинарной и имеющая в качестве аргументов приближаемый элемент и элемент приближающего подпространства полиномов, имеет ровно один минимум, локальных минимумов, отличных от глобального минимума, не имеет.

При приближении обобщенными рациональными функциями [3] вопрос о существовании элемента наилучшего приближения решается аналогично при рассмотрении приближения линейным подпространством рациональных функций с фиксированным знаменателем [4], которое можно также считать подпространством обобщенных полиномов, имеющем соответствующий базис. Вопрос о существовании элемента банахова пространства с определенными заранее величинами значений упомянутой выше целевой функции при полиномиальном приближении был решен в начале прошлого века (теорема С.Н. Бернштейна), а аналогичный вопрос при исследовании рациональных аппроксимаций требует отдельного исследования и зависит от выбора банахова пространства [5] и конкретных характеристик последовательности чисел, которая интерпретируется как последовательность значений указанной целевой функции.

Приближение обобщенными рациональными функциями в некоторых случаях [5] может дать следующую ситуацию: существует элемент банахова пространства и существует обобщенная рациональная функция, определяемая своим числителем и знаменателем, которая при ограничении рассмотрения задачи приближения на множество рациональных функций с этим фиксированным знаменателем является элементом наилучшего приближения, а также в некоторой окрестности в пространстве всех возможных знаменателей с центром в указанном знаменателем этот элемент также является наилучшим для приближения рассматриваемого элемента. При рассмотрении гильбертова пространства Харди аналитических в единичном диске и непрерывных на его границе функций со скалярным произведением на основе контурного интеграла по единичной окружности [6] удается построить опорные примеры функций, которые имеют заранее заданное количество разных рациональных функций, которые локально являются элементами наилучшего приближения.

Литература:

1. Nazarenko M.A. Relations between rational and polynomial approximations in Banach spaces // Analysis Mathematica — 1996. — № 22(1) — P. 51–63.
2. Назаренко М.А. Наилучшее приближение в линейных банаховых пространствах обобщенными полиномами и рациональными функциями // Успехи современного естествознания — 2013. — № 7.
3. Назаренко М.А. Некоторые свойства рациональных аппроксимаций: Автореф. дис.… канд. физ.–мат. наук. — М., 1997.
4. Назаренко М.А. Некоторые свойства рациональных аппроксимаций степени (k, 1) в пространстве Харди H2(D) // Математические заметки — 1998. — № 64. — С. 1423–1426.
5. Назаренко М.А. Существование функции с заданными рациональными приближениями в пространстве CA // Вестник МГУ, серия матем.–мех. — 1997. — № 4. — С. 20–22.
6. Назаренко М.А. О наилучшем локальном неглобальном рациональном приближении в пространстве H2 // Фундаментальная и прикладная математика — 1998. — № 4. — С. 1423–1426.