Характер множества наилучших аппроксимантов при приближении обобщенными рациональными функциями в банаховых пространствах

Назаренко М.А.

ФГБОУ ВПО «Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики», филиал МГТУ МИРЭА в г. Дубне

Задача аппроксимации элемента банахова пространства произвольным конечномерным линейным многообразием, которое может интерпретироваться как подпространство обобщенных полиномов соответствующей степени [1] решена почти сто лет назад, результатом является установление факта существования и единственности элемента наилучшего приближения [2]. Рассмотрения свойств наилучших аппроксимантов в случае приближения обобщенными рациональными функциями [3] в некоторых случаях позволяет решить задачу о нахождении (или построении) элемента банахова пространства с заданными величинами рациональных приближений [4], то есть значений соответствующих норм, формирующих рассматриваемое банахово пространство.
Исследование указанной проблематики в гильбертовых пространствах при наличии ограничений на степень обобщенного знаменателя [5] показывает, что могут существовать такие элементы, для которых имеются локально наилучшие рациональные аппроксиманты [6], не являющиеся при этом элементами наилучшего приближения в классе обобщенных рациональных функций при соответствующих ограничениях на степень числителя и знаменателя [7]. Проведенные изыскания [2] дают метод построения таких элементов гильбертова пространства Харди [5], для которых множество элементов наилучшего приближения в классе рациональных функций состоит более чем из одного элемента (у полиномов — всегда ровно один элемент), причем это множество может иметь характер континуума, то есть быть несчетным и связным множеством.

Литература:
1. Nazarenko M.A. Relations between rational and polynomial approximations in Banach spaces // Analysis Mathematica — 1996. — № 22(1) — P. 51–63.
2. Назаренко М.А. Некоторые свойства рациональных аппроксимаций: Автореф. дис.… канд. физ.–мат. наук. — М., 1997.
3. Назаренко М.А. Наилучшее приближение в линейных банаховых пространствах обобщенными полиномами и рациональными функциями // Успехи современного естествознания — 2013. — № 7.
4. Назаренко М.А. Существование функции с заданными рациональными приближениями в пространстве CA // Вестник МГУ, серия матем.–мех. — 1997. — № 4. — С. 20–22.
5. Назаренко М.А. Некоторые свойства рациональных аппроксимаций степени (k, 1) в пространстве Харди H2(D) // Математические заметки — 1998. — № 64. — С. 1423–1426.
6. Назаренко М.А. О наилучшем локальном неглобальном рациональном приближении в пространстве H2 // Фундаментальная и прикладная математика — 1998. — № 4. — С. 1423–1426.
7. Назаренко М.А. Локально наилучшее приближение элементов банахова пространства обобщенными рациональными функциями // Современные проблемы науки и образования - 2013.-№6. (приложение "Физико-математические науки"). — С. 6. [Электронный ресурс] Режим доступа: http://online.rae.ru/1457