Особенности математических абстракций

Бекмолдаева Р.Б., Байдыбекова А., Карибай Г.Ж., Бирталиева Н.А.

ЮКГУ им. Ауэзова

В математике более чем где-либо используются различного вида абстракции. Геометрическая точка вовсе не имеет никаких измерений, но в различного рода задачах ее используют каждый раз, когда решение задачи не зависит от размеров обозначаемого ею тела. Математика пользуется здесь процессом идеализации, который связан с отвлечением или абстракцией от невозможности осуществить тот или иной предельный переход, приводящий к образованию "идеализированного объекта". Прямолинейный отрезок рассматривается как результат предельного процесса, связанного с неограниченным уменьшением толщины и ширины предмета, а точка выражается абстрактным понятием о конце отрезка как о месте, уточненном до предела таким образом, что в нем уже нет частей. Такой процесс нельзя осуществить практически потому, что за известными границами количественного изменения конкретных предметов наступает их качественное изменение.

В близкой связи с абстракции широко используется так называемая абстракция потенциальной осуществимости. Она характеризуется отвлечением от ограниченности некоторых субъективных и практических возможностей, обусловленных ограниченностью нашей жизни в пространстве и времени, материалами, несовершенством техники т.п. Так, например, математик вполне определенно считает, что множество рыб в океане выражается вполне определенным числом, хотя практически и нельзя назвать это число. Он оперирует со сколь угодно малыми и сколь угодно большими числами, хотя практически нельзя досчитаться до сравнительно небольшого числа.

Особенно широко применяется в математике обобщающая абстракция, которую называют также абстракцией отождествления. Суть ее состоит в отвлечении от несходных свойств отдельных объектов и в одновременном выделении их одинаковых, общих свойств. В силу этого объекты становятся неразличимыми и каждый из них может выступать в роли представителя предметов соответствующего множества. Таким путем мы приходим, например, к понятию натурального числа. Число два в живой природе выступает не иначе, как в связи с парой глаз, парой рук, с парой любых других предметов. В математике же считают безразличным, какой конкретный характер имеют эти предметы. От этого абстрагируются и в результате приходят к отвлеченному понятию числа, в котором находит отражение не все, что есть у данной пары конкретных предметов, а только то общее, что есть у всех таких пар. С точки зрения количественной все эти пары отождествляются.

Абстракции в математике имеют первостепенное значение, применяются в разнообразных комбинациях и проходят ряд ступеней развития. Например, путем обобщающей абстракции осуществляется переход от конкретных объектов и их отношений к объектам изучения арифметики, т.е. к отдельным числам и действиям над ними. Потом таким же путем переходят от арифметики к элементарной алгебре. Обозначая числа буквами, поднимаются на новую более высокую ступень абстракции, отвлекаясь от особенностей отдельных "конкретных" чисел. В связи с этим элементарная алгебра выступает как буквенная арифметика, где каждая буква является неопределенным числом, обладающим только такими свойствами, которые являются общими для всех чисел.

Так как пространственные формы и количественные отношения рассматриваются в математике в их чистом виде, в отвлечении от всех других свойств предметов и явлений действительности и все понятия математики являются абстрактными, то этим определяется и характер обращения с ними. Ведь с математическими точками, числами, функциями и т.п. нельзя производить опыты, например, нагревать их или взвешивать, значит, с ними можно обращаться только умозрительно, применяя всевозможные логические операции.

В математической теории устанавливается система понятий и раскрывается их содержание. Первоначальные понятия, отношения и аксиомы, определяющие их, составляют основу логического построения теории. Все другие понятия вводятся уже при помощи обычных определений, а их свойства устанавливаются при помощи теорем, т.е. таких предложений, правильность которых доказывается логически без обращения к опыту.

Литература

1.Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе. – М.: Просвещение, 2002. – 204 с.