

## Эволюция популяций с возрастной структурой

Соколов А.В.

*ИППИ РАН*

Почему возраст полового созревания человека 13-16 лет?

Почему семга нерестится в 5-6 лет?

Почему дуб начинает плодоносить в 40-60 лет?

Один из возможных ответов: это время требуется для естественного отбора особей, приспособленных к изменяющейся внешней среде.

Данная публикация направлена на математическую формализацию таких вопросов и получению решений, содержащих ответы. Точнее она направлена на исследование зависимости возрастной рождаемости (в т.ч. и возраста полового созревания) и смертности от скорости изменения среды, изменчивости популяции и других параметров.

Рассматривается популяция с возрастной структурой в изменяющейся окружающей среде. Формализуется процесс эволюции (изменения популяции, соответствующие изменяющимся внешним условиям). Ставится и исследуется вариационная задача с критерием, связанным с естественным отбором на уровне популяции. Результатом численного решения являются функции возрастной смертности и рождаемости. Исследуется их зависимость от скорости изменения внешней среды и других параметров.

Постановка задачи

Предположения:

1.  Среда изменяется во времени ( $t$ ) линейно. Параметр среды  $A = k t$ , где  $k$  - скорость изменения среды.
2.  Особи популяции отличаются только хронологическим возрастом ( $t_a$ ) и приспособленностью к среде ( $a$ ); Их плотность в пространстве ( $t_a, a$ ) в момент времени  $t$  обозначим  $p(t_a, a, t)$ .
3.  Приспособленность особи со временем не меняется;
4.  Особь возраста  $t_a$  рождает в единицу времени  $b(t_a)$  новорожденных. Эта величина ограничена константой  $B$ .
5.  Распределение новорожденных от родителя с приспособленностью  $a_p$  по приспособленности  $a$  подчиняется нормальному закону.
6.  Сила смертности (вероятность умереть) зависит только от среды ( $A$ ) и приспособленности особи ( $a$ ) (и не зависит от возраста!) по формуле  $m(A, a) = d \times \text{row}((a-A), n)$ , где  $n$  четное целое.
7.  Численность популяции постоянна во времени (например, постоянный пищевой ресурс).
8.  Подобие. Пусть распределение особей по возрасту и приспособленности в начальный момент времени  $t=0$  равно  $p_0(t_a, a)$ . Будем считать, что это распределение остается постоянным во времени с точностью до сдвига по приспособленности на  $kt$ :  $p(t_a, a, n) = p_0(t_a, a - kt)$ .
9.  При постоянной численности (предположение 7) популяция с минимальной общей рождаемостью (или с минимальной общей смертностью) имеет эволюционные преимущества.

Математическая формализация рассмотренных выше предположений сводится к вариационной задаче поиска возрастной рождаемости, которая минимизирует количество новорожденных при условии постоянства общей численности и сохранения подобия (предположение 8).

Численное моделирование приводит к правдоподобным кривым рождаемости и смертности. Исследование численной модели при изменении различных входных параметров демонстрирует соответствие поведения модели различным биологическим и демографическим закономерностям, в том числе:

- при увеличении скорости изменения среды смертность возрастает, а рождаемость смещается в сторону более младшим возрастов,
- начало репродуктивного возраста меньше возраста минимальной возрастной смертности.