

Эволюция популяций с возрастной структурой

Соколов А.В.

ИППИ РАН

Почему возраст полового созревания человека 13-16 лет?

Почему семга нерестится в 5-6 лет?

Почему дуб начинает плодоносить в 40-60 лет?

Один из возможных ответов: это время требуется для естественного отбора особей, приспособленных к изменяющейся внешней среде.

Данная публикация направлена на математическую формализацию таких вопросов и получению решений, содержащих ответы. Точнее она направлена на исследование зависимости возрастной рождаемости (в т.ч. и возраста полового созревания) и смертности от скорости изменения среды, изменчивости популяции и других параметров.

Рассматривается популяция с возрастной структурой в изменяющейся окружающей среде. Формализуется процесс эволюции (изменения популяции, соответствующие изменяющимся внешним условиям). Ставится и исследуется вариационная задача с критерием, связанным с естественным отбором на уровне популяции. Результатом численного решения являются функции возрастной смертности и рождаемости. Исследуется их зависимость от скорости изменения внешней среды и других параметров.

Постановка задачи

Предположения:

1. Среда изменяется во времени (t) линейно. Параметр среды $A = k t$, где k - скорость изменения среды.
2. Особи популяции отличаются только хронологическим возрастом (t_a) и приспособленностью к среде (a); Их плотность в пространстве (t_a, a) в момент времени t обозначим $p(t_a, a, t)$.
3. Приспособленность особи со временем не меняется;
4. Особь возраста t_a рождает в единицу времени $b(t_a)$ новорожденных. Эта величина ограничена константой B .
5. Распределение новорожденных от родителя с приспособленностью a_p по приспособленности a подчиняется нормальному закону.
6. Сила смертности (вероятность умереть) зависит только от среды (A) и приспособленности особи (a) (и не зависит от возраста!) по формуле $m(A, a) = d \times \text{row}((a-A), n)$, где n четное целое.
7. Численность популяции постоянна во времени (например, постоянный пищевой ресурс).
8. Подобие. Пусть распределение особей по возрасту и приспособленности в начальный момент времени $t=0$ равно $p_0(t_a, a)$. Будем считать, что это распределение остается постоянным во времени с точностью до сдвига по приспособленности на kt : $p(t_a, a, n) = p_0(t_a, a - kt)$.
9. При постоянной численности (предположение 7) популяция с минимальной общей рождаемостью (или с минимальной общей смертностью) имеет эволюционные преимущества.

Математическая формализация рассмотренных выше предположений сводится к вариационной задаче поиска возрастной рождаемости, которая минимизирует количество новорожденных при условии постоянства общей численности и сохранения подобия (предположение 8).

Численное моделирование приводит к правдоподобным кривым рождаемости и смертности. Исследование численной модели при изменении различных входных параметров демонстрирует соответствие поведения модели различным биологическим и демографическим закономерностям, в том числе:

- при увеличении скорости изменения среды смертность возрастает, а рождаемость смещается в сторону более младшим возрастов,
- начало репродуктивного возраста меньше возраста минимальной возрастной смертности.