Эволюция популяций с возрастной структурой

Соколов А.В.

ИППИ РАН

Почему возраст полового созревания человека 13-16 лет?
Почему семга нерестится в 5-6 лет?
Почему дуб начинает плодоносить в 40-60 лет?
Один из возможных ответов: это время требуется для естественного отбора особей, приспособленных к изменяющейся внешней среде.
Данная публикация направлена на математическую формализацию таких вопросов и получению решений, содержащих ответы. Точнее она направлена на исследование зависимости возрастной рождаемости (в т.ч. и возраста полового созревания) и смертности от скорости изменения среды, изменчивости популяции и других параметров.
Рассматривается популяция с возрастной структурой в изменяющейся окружающей среде. Формализуется процесс эволюции (изменения популяции, соответствующие изменяющимся внешним условиям). Ставится и исследуется вариационная задача с критерием, связанным с естественным отбором на уровне популяции. Результатом численного решения являются функции возрастной смертности и рождаемости. Исследуется их зависимость от скорости изменения внешней среды и других параметров.
Постановка задачи
Предположения:
1. Среда изменяется во времени (t) линейно. Параметр среды A = k t, где k- скорость изменения среды.
2. Особи популяции отличаются только хронологическим возрастом (ta) и приспособленностью к среде (a); Их плотность в пространстве (ta,a) в момент времени t обозначим p(ta,a,t).
3. Приспособленность особи со временем не меняется;
4. Особь возраста ta рождает в единицу времени b(ta) новорожденных. Эта величина ограничена константой B.
5. Распределение новорожденных от родителя с приспособленностью ap по приспособленности a подчиняется нормальному закону.
6. Сила смертности (вероятность умереть) зависит только от среды (A) и приспособленности особи (a) (и не зависит от возраста!) по формуле
m(A,a)=d x pow((a-A),n), где n четное целое.
7. Численность популяции постоянна во времени (например, постоянный пищевой ресурс).
8. Подобие. Пусть распределение особей по возрасту и приспособленности в начальный момент времени t=0 равно p0(ta,a). Будем считать, что это распределение остается постоянным во времени с точностью до сдвига по приспособленности на kt:
p(ta,a,n)= p0(ta,a-kt).
9. При постоянной численности (предположение 7) популяция с минимальной общей рождаемостью (или с минимальной общей смертностью) имеет эволюционные преимущества.

Математическая формализация рассмотренных выше предположений сводится к вариационной задаче поиска возрастной рождаемости, которая минимизирует количество новорожденных при условии постоянства общей численности и сохранения подобия (предположение 8).
Численное моделирование приводит к правдоподобным кривым рождаемость и смертности. Исследование численной модели при изменении различных входных параметров демонстрирует соответствие поведения модели различным биологическим и демографическим закономерностям, в том числе:
- при увеличении скорости изменения среды смертность возрастает, а рождаемость смещается в сторону более младшим возрастов,
- начало репродуктивного возраста меньше возраста минимальной возрастной смертности.