

## Игра двух лиц с открытой информацией

Момбекова С.С., Джусупбекова Г.Т., Крїбай Г.Ж., Рахымбек Н.Ж,  
&#1178;ыдырбекова А.С.  
ЮКГУ им. М.О.&#1240;уезова

Как пример применения понятий графа и дерева рассмотрим дискретную игру двух лиц А и В с открытой информацией.

□ Игра представляет собой:

□ - множество ситуаций  $N = \{N_i\}$  (среди них – начальная ситуация  $N_0$ );

□ - правила игры, определяющие возможные переходы из одной ситуации в другую: для каждой ситуации  $N_i$  определено множество  $T_i = \{N_{(i_1)}, N_{(i_2)}, \dots, N_{(i_k)}\}$  ситуаций, в которые можно перейти ходом одного из игроков;

□ - для некоторых ситуаций  $N_j$  множество  $T_j$  пустое – такие ситуации называются заключительными; каждой из них приписан один из символов А или В, называемых результатом игры (возможен вариант один из трех символов А, В, 0).

□ Партия (тур) игры состоит в том, что игроки по очереди (будем считать, что первый ход принадлежит игроку А) делают допустимые правилами ходы и, начиная с ситуации  $N_0$ , переводят игру в очередную ситуацию. При попадании в любую заключительную ситуацию игра заканчивается, и результат определяет, какой из игроков – А или В – выиграл в этой партии (результат 0, если он является допустимым, означает ничью).

□ Дискретная игра может быть представлена орграфом  $\{N, T\}$ :  $N$  – множество вершин,  $T(N_i)$  задает множество дуг, исходящих из  $N_i$ . Партия (тур) представляет собой траекторию с началом в  $N_0$  и концом в одном из заключительных состояний; однако возможен вариант, когда партия бесконечна, если, например, в графе имеется контур. В дальнейшем будем рассматривать только конечные игры.

□ Для исследования игры удобно использовать развернутую форму ее графа – в виде корневого дерева.  $N_0$  – корень дерева; ситуации  $T(N_0)$  соответствует множество вершин 1-го яруса; для каждой вершины множество  $T(i)$  составляет множество соседних с ней вершин 2-го яруса и т.д. в вершинах четных ярусов (0, 2, 4, ...) ход принадлежит 1-му игроку (А), в нечетных (1, 3, 5, ...) - 2-му (В). При таком представлении игры одна и та же ситуация соответствует многим вершинам, если в нее можно попасть из  $N_0$  различными путями: в дереве в каждую вершину ведет единственный путь из  $N_0$ , определяемый начальным отрезком партии до этой ситуации.

□ Стратегия  $f$  игрока А – это некоторое соответствие  $f(N_i) = N_{(i)}/\&#8712;T_i$ , назначающее для каждой ситуации  $N_i$ , в которой может оказаться игрок А, один определенный ход. Аналогично определяется стратегия игрока В.

□ Если выбрана стратегия  $f$  игрока А и стратегия  $g$  игрока В, то тем самым определена партия ( $f, g$ ), поскольку в каждой не заключительной ситуации однозначно определен переход в следующую ситуацию. Исход игры определяется заключительной ситуацией, в которую приходит партия.

□ Выбор стратегии игроком А (соответственно, игроком В) означает указание для каждой вершины четного (соответственно, нечетного) яруса ровно одной исходящей дуги. Выбор пары стратегии ( $f, g$ ) выделяет ровно один путь из  $N_0$  в одну из заключительных вершин.

□ Стратегия  $f$  игрока А называется выигрышной (соответственно, беспроигрышной), если для любой стратегии  $g$  игрока В партия ( $f, g$ ) заканчивается выигрышем игрока А (соответственно, выигрышем или ничьей). Выигрышная и беспроигрышная стратегии игрока В определяются симметрично.

□ Замечание. Выигрышная стратегия может быть только у одного из игроков. Беспроигрышная стратегия может быть как у одного, так и у обоих игроков.

□ Чтобы проиллюстрировать понятие стратегии рассмотрим игру НИМ. На столе лежат  $N$  спичек. Игрокам разрешается по очереди удалять 1, 2 или 3 спички. Проигрывает тот, кто удаляет последнюю спичку.

□ Примерами стратегий начинающего игрока могут быть такие:

□ - при каждом ходе брать 1 спичку;

□ - при первом ходе взять 2 спички, а затем брать столько же, сколько взял второй игрок при предыдущем ходе, пока на столе больше 5 спичек; далее брать 1 спичку.

□ При  $N=20$  начинающий игрок обладает выигрышной стратегией: взять при первом ходе 3 спички, и в дальнейшем, при своем ходе брать  $(4-b)$  спичек, где  $b$  – число спичек, взятых игроком В на предыдущем ходе. При такой стратегии после хода игрока А на столе будет оставаться последовательно 17, 13, 9, 5, 1 спичек, и игрок В вынужден взять последнюю.

□ Если же  $N=25$ , то выигрышная стратегия имеется у игрока В: брать всегда  $(4-a)$  спичек, где  $a$  – число спичек, взятых игроком А на предыдущем ходе. Тогда после его хода на столе будет оставаться последовательно 21, 17, 13, 9, 5, 1 спичек, и последнюю спичку берет игрок А.

## Литература.

□ Н.Кристофидес "Теория графов, алгоритмический подход" Мир, 1978.

□ К.Берж «Теория графов и ее применение», Иностр.лит., 1985г