

Игра двух лиц с открытой информацией

Момбекова С.С., Джусупбекова Г.Т., Крїбай Г.Ж., Рахымбек Н.Ж,
 Ыдырбекова А.С.
 ЮКГУ им. М.О.Уезова

Как пример применения понятий графа и дерева рассмотрим дискретную игру двух лиц А и В с открытой информацией.

□ Игра представляет собой:

□ - множество ситуаций $N = \{N_i\}$ (среди них – начальная ситуация N_0);

□ - правила игры, определяющие возможные переходы из одной ситуации в другую: для каждой ситуации N_i определено множество $T_i = \{N_{i_1}, N_{i_2}, \dots, N_{i_k}\}$ ситуаций, в которые можно перейти ходом одного из игроков;

□ - для некоторых ситуаций N_j множество T_j пустое – такие ситуации называются заключительными; каждой из них приписан один из символов А или В, называемых результатом игры (возможен вариант один из трех символов А, В, 0).

□ Партия (тур) игры состоит в том, что игроки по очереди (будем считать, что первый ход принадлежит игроку А) делают допустимые правилами ходы и, начиная с ситуации N_0 , переводят игру в очередную ситуацию. При попадании в любую заключительную ситуацию игра заканчивается, и результат определяет, какой из игроков – А или В – выиграл в этой партии (результат 0, если он является допустимым, означает ничью).

□ Дискретная игра может быть представлена орграфом $\{N, T\}$: N – множество вершин, $T(N_i)$ задает множество дуг, исходящих из N_i . Партия (тур) представляет собой траекторию с началом в N_0 и концом в одном из заключительных состояний; однако возможен вариант, когда партия бесконечна, если, например, в графе имеется контур. В дальнейшем будем рассматривать только конечные игры.

□ Для исследования игры удобно использовать развернутую форму ее графа – в виде корневого дерева. N_0 – корень дерева; ситуации $T(N_0)$ соответствует множество вершин 1-го яруса; для каждой вершины множество $T(i)$ составляет множество соседних с ней вершин 2-го яруса и т.д. в вершинах четных ярусов (0, 2, 4, ...) ход принадлежит 1-му игроку (А), в нечетных (1, 3, 5, ...) - 2-му (В). При таком представлении игры одна и та же ситуация соответствует многим вершинам, если в нее можно попасть из N_0 различными путями: в дереве в каждую вершину ведет единственный путь из N_0 , определяемый начальным отрезком партии до этой ситуации.

□ Стратегия f игрока А – это некоторое соответствие $f(N_i) = N_{i'}; T_i$, назначаемое для каждой ситуации N_i , в которой может оказаться игрок А, один определенный ход. Аналогично определяется стратегия игрока В.

□ Если выбрана стратегия f игрока А и стратегия g игрока В, то тем самым определена партия (f, g), поскольку в каждой не заключительной ситуации однозначно определен переход в следующую ситуацию. Исход игры определяется заключительной ситуацией, в которую приходит партия.

□ Выбор стратегии игроком А (соответственно, игроком В) означает указание для каждой вершины четного (соответственно, нечетного) яруса ровно одной исходящей дуги. Выбор пары стратегии (f, g) выделяет ровно один путь из N_0 в одну из заключительных вершин.

□ Стратегия f игрока А называется выигрышной (соответственно, беспроигрышной), если для любой стратегии g игрока В партия (f, g) заканчивается выигрышем игрока А (соответственно, выигрышем или ничьей). Выигрышная и беспроигрышная стратегии игрока В определяются симметрично.

□ Замечание. Выигрышная стратегия может быть только у одного из игроков. Беспроигрышная стратегия может быть как у одного, так и у обоих игроков.

□ Чтобы проиллюстрировать понятие стратегии рассмотрим игру НИМ. На столе лежат N спичек. Игрокам разрешается по очереди удалять 1, 2 или 3 спички. Проигрывает тот, кто удаляет последнюю спичку.

□ Примерами стратегий начинающего игрока могут быть такие:

□ - при каждом ходе брать 1 спичку;

□ - при первом ходе взять 2 спички, а затем брать столько же, сколько взял второй игрок при предыдущем ходе, пока на столе больше 5 спичек; далее брать 1 спичку.

□ При $N=20$ начинающий игрок обладает выигрышной стратегией: взять при первом ходе 3 спички, и в дальнейшем, при своем ходе брать $(4-b)$ спичек, где b – число спичек, взятых игроком В на предыдущем ходе. При такой стратегии после хода игрока А на столе будет оставаться последовательно 17, 13, 9, 5, 1 спичек, и игрок В вынужден взять последнюю.

□ Если же $N=25$, то выигрышная стратегия имеется у игрока В: брать всегда $(4-a)$ спичек, где a – число спичек, взятых игроком А на предыдущем ходе. Тогда после его хода на столе будет оставаться последовательно 21, 17, 13, 9, 5, 1 спичек, и последнюю спичку берет игрок А.

Литература.

□ Н.Кристофидес "Теория графов, алгоритмический подход" Мир, 1978.

□ К.Берж «Теория графов и ее применение», Иностр.лит., 1985г.