Игра двух лиц с открытой информацией

Момбекова С.С., Джусупбекова Г.Т, Кәрібай Г.Ж., Рахымбек Н.Ж, Қыдырбекова А.С.
ЮКГУ им. М.О.Әуезова

Как пример применения понятий графа и дерева рассмотрим дискретную игру двух лиц A и B с открытой информацией.
Игра представляет собой:
- множество ситуаций H={H_i } (среди них – начальная ситуация H0);
-правила игры, определяющие возможные переходы из одной ситуации в другую: для каждой ситуации Hi определено множество Ti={H_(i_1),H_(i_2),…,H_(i_k) }ситуаций, в которые можно перейти ходом одного из игроков;
- для некоторых ситуаций Hj множество Tj пустое – такие ситуации называются заключительными; каждой из них приписан один из символов A или B, называемых результатом игры (возможен вариант один из трех символов A, B, 0).
Партия (тур) игры состоит в том, что игроки по очереди (будем считать, что первый ход принадлежит игроку A) делают допустимые правилами ходы и, начиная с ситуации H0, переводят игру в очередную ситуацию. При попадании в любую заключительную ситуацию игра заканчивается, и результат определяет, какой из игроков – A или B – выиграл в этой партии (результат 0, если он является допустимым, означает ничью).
Дискретная игра может быть представлена орграфом {H,T}:H – множество вершин, T(Hi) задает множество дуг, исходящих из Hi. Партия (тур) представляет собой траекторию с началом в H0 и концом в одном из заключительных состояний; однако возможен вариант, когда партия бесконечна, если, например, в графе имеется контур. В дальнейшем будем рассматривать только конечные игры.
Для исследования игры удобно использовать развернутую форму ее графа – в виде корневого дерева. H0 – корень дерева; ситуации T(H0) соответствует множество вершин 1-го яруса; для каждой вершины множество T() составляет множество соседних с ней вершин 2-го яруса и т.д. в вершинах четных ярусов (0, 2, 4, …) ход принадлежит 1-му игроку (A), в нечетных (1, 3, 5,…) - 2-му (B). При таком представлении игры одна и та же ситуация соответствует многим вершинам, если в нее можно попасть из H0 различными путями: в дереве в каждую вершину ведет единственный путь из H0, определяемый начальным отрезком партии до этой ситуации.
Стратегия f игрока A – это некоторое соответствие f(H_i)=H_i^/∈T_i, назначающее для каждой ситуации Hi, в которой может оказаться игрок A, один определенный ход. Аналогично определяется стратегия игрока B.
Если выбрана стратегия f игрока A и стратегия g игрока B, то тем самым определена партия (f, g), поскольку в каждой не заключительной ситуации однозначно определен переход в следующую ситуацию. Исход игры определяется заключительной ситуацией, в которую приходит партия.
Выбор стратегии игроком A (соответственно, игроком B) означает указание для каждой вершины четного (соответственно, нечетного) яруса ровно одной исходящей дуги. Выбор пары стратегии (f, g) выделяет ровно один путь из H0 в одну из заключительных вершин.
Стратегия f игрока A называется выигрышной (соответственно, беспроигрышной), если для любой стратегии g игрока B партия (f, g) заканчивается выигрышем игрока A (соответственно, выигрышем или ничьей). Выигрышная и беспроигрышная стратегии игрока B определяются симметрично.
Замечание. Выигрышная стратегия может быть только у одного из игроков. Беспроигрышная стратегия может быть как у одного, так и у обоих игроков.
Чтобы проиллюстрировать понятие стратегии рассмотрим игру НИМ. На столе лежат N спичек. Игрокам разрешается по очереди удалять 1,2 или 3 спички. Проигрывает тот, кто удаляет последнюю спичку.
Примерами стратегий начинающего игрока могут быть такие:
- при каждом ходе брать 1 спичку;
- при первом ходе взять 2 спички, а затем брать столько же, сколько взял второй игрок при предыдущем ходе, пока на столе больше 5 спичек; далее брать 1 спичку.
При N=20 начинающий игрок обладает выигрышной стратегией: взять при первом ходе 3 спички, и в дальнейшем, при своем ходе брать (4-b) спичек, где b – число спичек, взятых игроком B на предыдущем ходе. При такой стратегии после хода игрока A на столе будет оставаться последовательно 17, 13, 9, 5, 1 спичек, и игрок B вынужден взять последнюю.
Если же N=25, то выигрышная стратегия имеется у игрока B: брать всегда (4-a) спичек, где a – число спичек, взятых игроком A на предыдущем ходе. Тогда после его хода на столе будет оставаться последовательно 21, 17, 13, 9, 5, 1 спичек, и последнюю спичку берет игрок A.

Литература.
Н.Кристофидес "Теория графов, алгоритмический подход" Мир 1978
К.Берж «Теория графов и ее применение», Иностр.лит.,1985г